



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,  
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH  
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS  
2020



Modul Pembelajaran SMA

# Matematika Umum



KELAS  
**XI**





**MATRIKS  
MATEMATIKA UMUM KELAS XI**

**PENYUSUN  
Yusdi Irfan, S.Pd, M.Pd  
SMAN 1 Kramatwatu  
Kabupaten Serang - Banten**



## DAFTAR ISI

PENYUSUN.....	2
DAFTAR ISI .....	3
GLOSARIUM.....	5
PETA KONSEP.....	6
PENDAHULUAN .....	7
A. Identitas Modul .....	7
B. Kompetensi Dasar .....	7
C. Deskripsi Singkat Materi .....	7
D. Petunjuk Penggunaan Modul .....	7
E. Materi Pembelajaran .....	8
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1 .....	9
KONSEP DAN JENIS MATRIKS .....	9
A. Tujuan Pembelajaran .....	9
B. Uraian Materi .....	9
C. Rangkuman .....	12
D. Penugasan Mandiri.....	12
E. Latihan Soal .....	13
F. Penilaian Diri .....	15
KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 .....	16
KESAMAAN DUA MATRIKS DAN TRANSPOSE MATRIK.....	16
A. Tujuan Pembelajaran .....	16
B. Uraian Materi .....	16
C. Rangkuman .....	17
D. Penugasan Mandiri.....	18
E. Latihan Soal .....	18
F. Penilaian Diri .....	23
KEGIATAN PEMBELAJARAN 3 .....	25
OPERASI PADA MATRIKS .....	25
A. Tujuan Pembelajaran .....	25
B. Uraian Materi .....	25
C. Rangkuman .....	29
D. Penugasan Mandiri.....	30
E. Latihan Soal .....	30



F. Penilaian Diri .....	36
EVALUASI.....	37
DAFTAR PUSTAKA.....	41

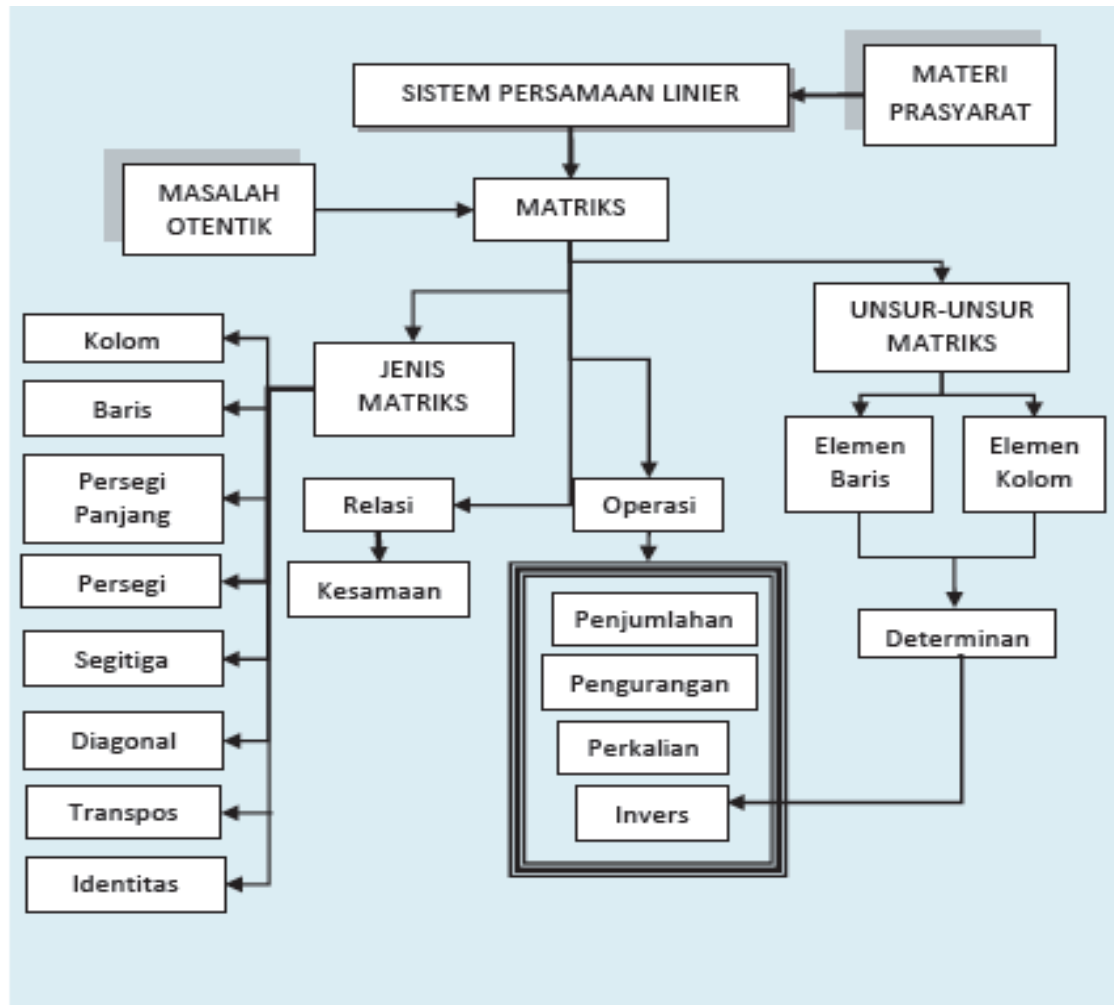


## GLOSARIUM

Matriks	: susunan bilangan berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom, dan ditempatkan dalam tanda kurung biasa atau kurung siku
Elemen matriks	: bilangan-bilangan yang ada di dalam matriks
Ordo	: banyaknya baris dan banyaknya kolom
Matriks Baris	: matriks yang hanya mempunyai satu baris saja
Matriks Kolom	: matriks yang hanya mempunyai satu kolom saja
Matriks Persegi Panjang	: matriks yang banyaknya baris tidak sama dengan banyaknya kolom
Matriks Persegi	: matriks yang mempunyai banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom
Matriks Diagonal	: matriks persegi dengan semua elemen di luar diagonal utamanya bernilai nol
Matriks Segitiga Atas	: matriks persegi dan semua elemen-elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol
Matriks Segitiga Bawah	: matriks persegi dan semua elemen-elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol
Matriks identitas	: matriks diagonal dan semua elemen pada diagonal utamanya bernilai satu
Matriks Nol	: matriks dengan semua elemennya bernilai nol
Transpose matriks	: sebuah matriks baru yang diperoleh dengan cara menukar elemen- elemen baris menjadi elemen-elemen kolom dan sebaliknya
Kesamaan Dua Matriks	: dua matriks yang mempunyai ordo yang sama semua elemen yang seletak pada kedua matriks tersebut nilainya sama
Operasi matriks	: operasi hitung yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar dengan matriks, dan perkalian dua matriks



## PETA KONSEP





## PENDAHULUAN

### A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Umum
Kelas	: XI
Alokasi Waktu	: 12 JP
Judul Modul	: Matriks

### B. Kompetensi Dasar

- 3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose.
- 4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya

### C. Deskripsi Singkat Materi

Matriks adalah kumpulan bilangan, simbol, atau ekspresi, berbentuk persegi panjang yang disusun menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang terdapat di suatu matriks disebut dengan elemen atau anggota matriks. Penemu matriks adalah Arthur Cayley.

Matriks banyak dimanfaatkan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan matematika misalnya dalam menemukan solusi masalah persamaan linear, transformasi linear yakni bentuk umum dari fungsi linear contohnya rotasi dalam 3 dimensi. Matriks juga seperti variabel biasa, sehingga matriks pun dapat dimanipulasi misalnya dikalikan, dijumlah, dikurangkan, serta didekomposisikan. Menggunakan representasi matriks, perhitungan dapat dilakukan dengan lebih terstruktur.

Banyak permasalahan dalam kehidupan yang penyelesaiannya terkait dengan konsep dan aturan-aturandalam matematika. Secara khusus keterkaitan konsep dan prinsip-prinsip matriks dengan permasalahan masalah nyata yang menyatu/ bersumber dari fakta dan lingkungan budaya kita. Konsep matriks dapat dibangun/ ditemukan di dalam penyelesaian permasalahan yang kita hadapi. Untuk itu siswa diharapkan mampu menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diberikan.

### D. Petunjuk Penggunaan Modul

Sebelum peserta didik membaca isi modul, terlebih dahulu membaca petunjuk khusus dalam penggunaan modul agar memperoleh hasil yang optimal.

1. Sebelum memulai menggunakan modul, marilah berdoa kepada Tuhan yang Maha Esa agar diberikan kemudahan dalam memahami materi ini dan dapat mengamalkan dalam kehidupan sehari-hari.
2. Bacalah uraian materi dan contoh dengan cermat secara berulang-ulang sehingga kalian benar-benar memahami dan menguasai materi, sebaiknya peserta didik mulai membaca dari peta konsep, pendahuluan, kegiatan pembelajaran, rangkuman, hingga daftar pustaka secara berurutan.



3. Setiap akhir kegiatan pembelajaran, peserta didik mengerjakan latihan soal secara mandiri dengan jujur tanpa melihat uraian materi, jika dalam kasus tertentu kalian mengalami kesulitan dalam menjawab maka lihatlah rambu-rambu jawabannya, jika langkah tersebut masih belum berhasil maka mintalah bantuan guru atau orang lain yang lebih tahu dan memahami.
4. Peserta didik dikatakan tuntas apabila dalam mengerjakan latihan soal memperoleh nilai  $\geq 70$  sehingga dapat melanjutkan ke materi selanjutnya.
5. Jika peserta didik memperoleh nilai  $< 70$  maka peserta didik harus mengulangi materi pada modul ini dan mengerjakan kembali latihan soal yang ada.

## **E. Materi Pembelajaran**

Modul ini terbagi menjadi 3 kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Membangun Konsep Matriks, Jenis-jenis matriks

Kedua : Kesamaan dua matriks, dan transpose matrik

Ketiga : Operasi pada matriks



## KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

### KONSEP DAN JENIS MATRIKS

#### A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan:

1. Menuliskan permasalahan nyata dalam bentuk matriks;
2. Menjelaskan konsep matriks;
3. Menyebutkan jenis-jenis matriks dengan cermat.

#### B. Uraian Materi

##### 1. Konsep Matriks

Coba kalian perhatikan susunan benda-benda di sekitar kamu! Sebagai contoh, susunan buku di meja, susunan buku di lemari, posisi siswa berbaris di lapangan, susunan keramik lantai, dan lain-lain.



Gambar 3.1. Susunan keramik/ubin di lantai

Tentu kalian dapat melihat susunan tersebut dapat berupa pola baris atau kolom, bukan? Bentuk susunan berupa baris dan kolom akan melahirkan konsep matriks yang akan kita pelajari.

Sebagai contoh lainnya adalah susunan angka dalam bentuk tabel. Pada tabel terdapat baris atau kolom, banyak baris atau kolom bergantung pada ukuran tabel tersebut. Ini sudah merupakan gambaran dari sebuah matriks.

Agar kita dapat segera menemukan konsepnya, perhatikan beberapa gambaran dan permasalahan berikut.

Sebagai gambaran awal mengenai matriks, sekarang kalian cermati uraian berikut. Diketahui harga tiket masuk suatu museum dapat dinyatakan sebagai tabel berikut:



Tabel Harga Karcis

Golongan	Hari Minggu/Libur (Rp.)	Hari Biasa (Rp.)
Anak – anak	5.000	3.000
Dewasa	15.000	10.000

Data tersebut, dapat disajikan kembali tanpa harus di dalam tabel, dengan cara menghilangkan kepala baris dan kepala kolom seperti berikut ini:

$$\begin{array}{c} \text{kolom} \\ \downarrow \\ \text{baris} \rightarrow \begin{bmatrix} 5.000 & 3.000 \\ 15.000 & 10.000 \end{bmatrix} \text{ atau } \begin{bmatrix} 5.000 & 3.000 \\ 15.000 & 10.000 \end{bmatrix} \end{array}$$

Bentuk penulisan tersebut, menunjukkan terdapat 2 baris dan 2 kolom.

Berdasarkan permasalahan nyata di atas, maka dapat kita simpulkan bahwa:

**Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom, dan ditempatkan dalam tanda kurung biasa atau kurung siku.**

**Matriks diberi nama dengan menggunakan huruf kapital, seperti A, B, dan C.**

Bentuk umum Matriks

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$  baris ke-1  
 $\rightarrow$  baris ke-2  
 $\rightarrow$  baris ke-3  
 $\rightarrow$  baris ke-m

$\downarrow$  kolom ke-1  
 $\downarrow$  kolom ke-2  
 $\downarrow$  kolom ke-3  
 $\downarrow$  kolom ke-n

Pada bentuk matriks tersebut, terlihat hal-hal sebagai berikut.

1. Banyaknya baris dan kolom matriks A berturut-turut adalah m dan n buah.
2.  $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{mn}$  = disebut dengan elemen-elemen matriks A,  
 $a_{mn}$  = elemen A pada baris ke-m, kolom ke-n.

Matriks dalam matematika adalah berkas bilangan, logo atau potongan yang berbentuk empat persegi panjang yang disusun menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang ditemukan pada suatu matriks dikenal dengan keadaan atau dikenal dengan juga bagian dari suatu matriks

Matriks besar biasanya dimanfaatkan di dalam menyelesaikan bermacam-macam permasalahan matematika, misalnya: untuk menemukan pemecahan masalah pertemuan (pendapat) linear, transformasi linear yaitu bentuk sudah tidak asing lagi tranpose matriks dari fungsi linear

**Ordo atau ukuran** suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan banyaknya kolom.



Secara umum berlaku:

Jika matriks A mempunyai m baris dan n kolom maka matriks A berordo  $m \times n$  atau ordo matriks A adalah  $m \times n$ , ditulis:

$A_{m \times n}$  (dibaca: "A m kali n").

Contoh:

1.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$  disebut Matriks berordo  $2 \times 2$ , yang menunjukkan banyaknya baris 2 dan banyaknya kolom 2, dan ditulis  $A_{2 \times 2}$
2.  $B = (-1 \ 0 \ 2)$  disebut Matriks berordo  $1 \times 3$ , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 1 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis  $B_{1 \times 3}$
3.  $C = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 5 & 5 & 10 \\ -6 & 7 & -2 \end{bmatrix}$  disebut Matriks berordo  $3 \times 3$ , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 3 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis  $C_{3 \times 3}$

## 2. Jenis-jenis Matriks

- 1) **Matriks Baris**, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris saja dan banyaknya kolom n, mempunyai ordo  $1 \times n$

Contoh :  $P_{1 \times 3} = (1 \ 2 \ 3)$

- 2) **Matriks Kolom**, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom saja dan banyaknya baris m, mempunyai ordo  $m \times 1$

Contoh :  $Q_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 3) **Matriks Persegi Panjang**, yaitu matriks yang banyaknya baris tidak sama dengan banyaknya kolom, mempunyai ordo  $m \times n$

Contoh :  $R_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 0 & 6 & -3 \end{bmatrix}$  atau  $R_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 7 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

- 4) **Matriks Persegi atau Matriks Bujur sangkar**, yaitu matriks yang mempunyai banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom, mempunyai ordo  $n \times n$

Contoh :  $S_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 8 \\ -5 & 9 & 4 \end{bmatrix}$  atau  $S_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow$  matriks persegi berordo  $2 \times 2$

↓  
Diagonal Utama

- 5) **Matriks Diagonal**, yaitu matriks persegi berordo  $n \times n$ , dengan semua elemen di luar diagonal utamanya bernilai nol

Contoh :

$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow$  Diagonal Utama



- 6) Matriks Segitiga Atas, yaitu matriks persegi  $n \times n$ , dan semua elemen-elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol

Contoh :

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 7) Matriks Segitiga Bawah, yaitu matriks persegi  $n \times n$ , dan semua elemen-elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol

Contoh :

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

- 8) Matriks identitas (matriks satuan), yaitu matriks diagonal dengan ordo  $n \times n$ , dan semua elemen pada diagonal utamanya bernilai satu, dinotasikan dengan huruf "I"

Contoh :

$$I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Elemen diagonal utamanya bernilai 1

- 9) Matriks Nol, yaitu matriks berordo  $m \times n$  dengan semua elemennya bernilai nol

$$\text{Contoh : } A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### C. Rangkuman

Setelah selesai membahas dan mempelajari uraian materi di atas, beberapa hal penting yang dapat disimpulkan dalam rangkuman ini adalah sebagai berikut:

1. Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom, dan ditempatkan dalam tanda kurung biasa atau kurung siku. Matriks diberi nama dengan menggunakan huruf kapital, seperti A, B, dan C.
2. Ordo atau ukuran suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan banyaknya kolom.
3. Jenis-jenis Matriks meliputi matriks baris, matriks kolom, matriks persegi panjang, matriks persegi (matriks bujur sangkar), matriks diagonal, matriks segitiga bawah, matriks segitiga atas, matriks identitas, dan matriks nol.

### D. Penugasan Mandiri

Untuk lebih meningkatkan pemahaman tentang matriks, kalian diberikan tugas mandiri sebagai berikut:

Carilah 3 permasalahan nyata dalam sehari-hari kalian, kemudian buatlah:

1. Bentuk matriks nya
2. Ordo atau ukuran matriks



**E. Latihan Soal****I. Latihan Soal Essay**

Diketahui permasalahan sebagai berikut:

Seorang wisatawan lokal hendak berlibur ke beberapa tempat wisata yang ada di Pulau Jawa. Untuk memaksimalkan waktu liburan, dia mencatat jarak antara kota-kota tersebut sebagai berikut.

Bandung–Semarang 324 km

Semarang – Yogyakarta 225 km

Bandung – Yogyakarta 484km

Dapatkah kamu membuat susunan jarak antar kota tujuan wisata tersebut, jika wisatawan tersebut memulai perjalanannya dari Bandung! Kemudian berikan makna setiap angka dalam susunan tersebut.

Dari permasalahan di atas, jawablah soal di bawah ini dengan jelas dan benar!

1. Buatlah dalam matriks nya!
2. Berapakah banyaknya baris, banyaknya kolom, sebutkan ordo atau ukuran matriks nya?
3. Sebutkan elemen-elemen matrik baris ke 1, elemen matrik kolom ke 2, elemen matrik baris ke 2 kolom ke 1?
4. Sebutkan jenis matriksnya dan berikan alasannya?

**II. Latihan Soal Pilihan Ganda**

Pilihlah salah satu jawaban yang paling benar

Jika diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$

Data di atas untuk menjawab soal nomor 1-5.

1. Ordo dari matriks A adalah...  
A.  $2 \times 2$   
B.  $3 \times 2$   
C.  $m \times n$   
D.  $2 \times 3$   
E.  $n \times m$
2. Elemen baris kedua matriks A adalah...  
A. 3, 1, -2  
B. 0, -5, 3  
C. 3, 0  
D. 1, 5  
E. -2, 3
3. Elemen kolom ketiga matriks A adalah...  
A. 3, 1, -2  
B. 0, -5, 3  
C. 3, 0  
D. 1, 5  
E. -2, 3
4. Elemen baris kedua kolom pertama matriks A adalah...  
A. -2  
B. 0  
C. 1  
D. 3  
E. 5
5. Elemen baris ketiga kolom ketiga matriks A adalah...  
A. - 5  
B. - 2  
C. 0  
D. 1  
E. 3



**Kunci Jawaban, Pembahasan dan Pedoman Penskoran.**

No.	Kunci Jawaban dan Pembahasan	Skor																
1.	<p>Wisatawan akan memulai perjalanannya dari Bandung ke kota-kota wisata di Pulau Jawa. Jarak antarkota tujuan wisata dituliskan sebagai berikut.</p> <p style="text-align: center;">Tabel 3.2: Jarak Antarkota</p> <table><tr><td></td><td>Bandung</td><td>Semarang</td><td>Yogyakarta</td></tr><tr><td>Bandung</td><td>0</td><td>324</td><td>484</td></tr><tr><td>Semarang</td><td>324</td><td>0</td><td>225</td></tr><tr><td>Yogyakarta</td><td>484</td><td>225</td><td>0</td></tr></table> <p>Matriks nya adalah</p> $W = \begin{bmatrix} 0 & 324 & 484 \\ 324 & 0 & 225 \\ 484 & 225 & 0 \end{bmatrix}$		Bandung	Semarang	Yogyakarta	Bandung	0	324	484	Semarang	324	0	225	Yogyakarta	484	225	0	<div>5</div> <div>3</div>
	Bandung	Semarang	Yogyakarta															
Bandung	0	324	484															
Semarang	324	0	225															
Yogyakarta	484	225	0															
2.	<p>Banyaknya baris 3</p> <p>Banyaknya kolom 3</p> <p>Ordo nya 3 x 3</p>	2																
3.	<p>Elemen matriks baris ke 1 adalah : 0, 324, 484</p> <p>Elemen matriks kolom ke 2 adalah : 324, 0, 225</p> <p>Elemen matriks baris ke 2 kolom ke 1 adalah : 324</p>	6																
4.	<p>Jenis matriks nya adalah Matriks Persegi (Bujur Sangkar) karena matriks tersebut mempunya banyak nya baris dan kolom yang sama</p>	4																
	Jumlah Skor Maksimum	20																

**Kunci Jawab dan Pembahasan Soal Pilihan Ganda:**

Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$

- |       |             |  |
|-------|-------------|--|
| 1. D. | 2 x 3       | karena banyaknya baris 2 dan banyaknya kolom 3 |
| 2. B. | 0, -5 dan 3 | elemen baris kedua                             |
| 3. E. | -2 dan 3    | elemen kolom ketiga                            |
| 4. B. | 0           | elemen baris kedua kolom pertama               |
| 5. E. | 3           | elemen baris ketiga kolom ketiga               |

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.



$$\text{Rumus Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor}}{\text{Jumlah skor maksimum}} \times 100\%$$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

70% – 79% = cukup

< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

## F. Penilaian Diri

Berilah tanda V pada kolom “Ya” jika kalian mampu dan “Tidak” jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

No	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1	Apakah kalian sudah menuliskan permasalahan nyata dalam bentuk matriks?		
2	Apakah kalian telah mampu memahami konsep tentang matriks?		
3	Apakah kalian telah mampu menyebutkan jenis-jenis matriks?		
4	Apakah kalian sudah mampu mampu menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan Matriks?		
5	Apakah dalam mengerjakan soal-soal kalian bekerja secara mandiri dan jujur tanpa melihat dulu kunci jawaban dan pembahasan atau bertanya kepada orang lain?		



## KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

### KESAMAAN DUA MATRIKS DAN TRANSPOSE MATRIK

#### A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan kalian mampu:

1. Menjelaskan transspose matriks, kesamaan dua matriks
2. Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan matriks.

#### B. Uraian Materi

##### 1. Transpose Matriks (Matriks Transpose)

Transpose dari suatu matriks A berordo  $m \times n$  adalah sebuah matriks baru yang berordo  $n \times m$  yang diperoleh dengan cara menukar elemen-elemen baris menjadi elemen-elemen kolom dan sebaliknya.

Transpose suatu matriks dinotasikan dengan  $A^t$

Agar lebih jelasnya, perhatikan gambar di bawah ini:

$$A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \quad \text{Transpose matriks A dinotasikan dengan} \quad A_{2 \times 3}^T = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}$$

Contoh :

1. Jika Matriks  $A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  maka matriks transposenya adalah  $A_{3 \times 2}^t = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$
2. Jika Matriks  $B_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$  maka matriks transposenya adalah  $B_{2 \times 2}^t = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$
3. Jika Matriks  $C_{1 \times 3} = [3 \quad 0 \quad -2]$  maka matriks transposenya adalah  $C_{3 \times 1}^t = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

##### 2. Kesamaan Dua Matriks

Matriks A dan matriks B dikatakan sama, jika dan hanya jika:

- a. ordo matriks A **sama** dengan ordo matriks B;
- b. semua elemen yang **seletak** pada matriks A dan matriks B nilainya sama.

Perhatikan untuk matriks berikut ini.

a.  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

b.  $\begin{bmatrix} 3 & 4+1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix}$

c.  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2m & 7 \\ 8 & 3n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$

3 seletak dengan  $\sqrt{9}$   
 $4 + 1$  seletak dengan 5  
 9 seletak dengan  $3^2$



$$\begin{array}{ll} \text{maka } 2m = 6 & 3n = -6 \\ m = 3 & n = -2 \end{array}$$

Contoh soal

1. Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 4a & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3b \\ 5 & 3c & 9 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 12 & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3a \\ 5 & b & 9 \end{bmatrix}$

Jika  $A = B$ , maka  $a + b + c = \dots$

Jawaban:

$$\begin{array}{lll} 4a = 12 & -3b = -3a & 3c = b \\ a = 3 & -3b = -3(3) & 3c = 3 \\ & -3b = -9 & c = 1 \\ & b = 3 & \end{array}$$

maka nilai  $a + b + c = 3 + 3 + 1 = 7$

2. Diketahui persamaan matriks  $A = B^T$  ( $B^T$  adalah transpose matriks B), dengan

$$A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 2c - 3b & 2a + 2 \\ a & b + 7 \end{bmatrix} \text{ Nilai } a + b + c = \dots$$

Jawaban:

$$\text{Matriks } B = \begin{bmatrix} 2c - 3b & 2a + 2 \\ a & b + 7 \end{bmatrix} \text{ maka } B^T = \begin{bmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 2 & b + 7 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Karena } A = B^T \text{ maka } \begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 2 & b + 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{lll} 4 = a & 2b = 2a + 2 & 3c = b + 7 \\ a = 2c - 3b & 2b = 2(4) + 2 & 3c = 5 + 7 \\ 4 = 2c - 3b & 2b = 8 + 2 & 3c = 12 \\ & 2b = 10 & c = 4 \\ & b = 5 & \end{array}$$

Maka nilai  $a + b + c = 4 + 5 + 4 = 13$

### C. Rangkuman

- Transpose Matriks (Matriks Transpose)** : Transpose dari suatu matriks A berordo  $m \times n$  adalah sebuah matriks baru yang berordo  $n \times m$  yang diperoleh dengan cara menukar elemen-elemen baris menjadi elemen-elemen kolom dan sebaliknya, dan dinotasikan dengan  $A^t$ .
- Kesamaan Dua Matriks** : Matriks A dan matriks B dikatakan sama, jika dan hanya jika:
  - ordo matriks A sama dengan ordo matriks B;
  - semua elemen yang seletak pada matriks A dan matriks B nilainya sama.



## D. Penugasan Mandiri

Carilah 3 permasalahan nyata dalam sehari-hari kalian, kemudian buatlah:

1. Transpose matriks nya
2. Apakah dari ketiga bentuk matriks yang kalian buat ada dua buah matriks yang sama? Jelaskan!

## E. Latihan Soal

### I. Latihan Soal Essay

Diketahui permasalahan sebagai berikut:

Seorang wisatawan lokal hendak berlibur ke beberapa tempat wisata yang ada di Pulau Jawa. Untuk memaksimalkan waktu liburan, dia mencatat jarak antara kota-kota tersebut sebagai berikut.

Bandung–Semarang 324 km

Semarang – Yogyakarta 225 km

Bandung – Yogyakarta 484 km

Dapatkah kamu membuat susunan jarak antar kota tujuan wisata tersebut, jika wisatawan tersebut memulai perjalanannya dari Bandung! Kemudian berikan makna setiap angka dalam susunan tersebut.

Dari permasalahan di atas, jawablah soal di bawah ini dengan jelas dan benar!

1. Transpose matriks nya
2. Buatlah matriks yang lain agar terjadi kesamaan dua matriks

### II. Latihan Soal Pilihan Ganda

Pilihlah salah satu jawaban yang benar

1. Jika diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$  Tranpose matriks A adalah...

A.  $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$

B.  $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

C.  $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$

D.  $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

E.  $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

2. Diketahui matriks  $P = \begin{bmatrix} 2a - 4 & 3b \\ d + 2 & 2c \\ 4 & 4 - d \end{bmatrix}$  dan matriks  $Q = \begin{bmatrix} b - 5 & 3a - c & 4 \\ 3 & 6 & e \end{bmatrix}$

Jika  $P^T = Q$ , maka nilai dari  $a + b + c + d = \dots$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

3. Jika matriks  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 + p \\ q & 5 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 4 & 2.p \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  dan  $A = B$  maka nilai p adalah ....



- A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 4  
E. 5
4. Misalkan  $A^T$  adalah matriks transpose matriks A yang memenuhi persamaan  $\begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} b & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ , maka nilai  $a^2 - b^2 = \dots$   
A. -9  
B. -3  
C. -1  
D. 3  
E. 9
5. Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix}$  dan matriks  $B = \begin{bmatrix} 2c - 3b & 2a + 1 \\ a & b + 7 \end{bmatrix}$ . Jika  $B^T$  menyatakan transpose matriks B, maka  $A = 2B^T$  dipenuhi untuk nilai c = ....  
A. 2  
B. 3  
C. 5  
D. 8  
E. 10



**Kunci Jawaban, Pembahasan dan Pedoman Penskoran:**

No.	Kunci Jawaban dan Pembahasan	Skor
1	<p>Matriks <math>W = \begin{bmatrix} 0 &amp; 324 &amp; 484 \\ 324 &amp; 0 &amp; 225 \\ 484 &amp; 225 &amp; 0 \end{bmatrix}</math>  maka transpose matriks <math>W</math> adalah  <math>W^t = \begin{bmatrix} 0 &amp; 324 &amp; 484 \\ 324 &amp; 0 &amp; 225 \\ 484 &amp; 225 &amp; 0 \end{bmatrix}</math></p>	5
2	<p>Matriks yang sama <math>W =</math>  <math>\begin{bmatrix} 0 &amp; 18^2 &amp; 22^2 \\ 325 - 1 &amp; 0 &amp; 15^2 \\ 450 + 34 &amp; \sqrt{50625} &amp; 0 \end{bmatrix}</math></p>	5
<b>Jumlah Skor Maksimum</b>		<b>10</b>

**Pembahasan Pilihan Ganda:**

1. Jawaban. D

Pembahasan:

$$\text{Karena } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix} \text{ maka } A^T = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Jawaban. B

Pembahasan :

Karena  $P$  merupakan matriks berordo  $3 \times 2$ , maka  $P^T$  merupakan matriks baru yang berordo  $2 \times 3$ , sedangkan matriks  $Q$  merupakan matriks yang berordo  $2 \times 3$ , oleh karena itu berlaku kesamaan dua matriks  $P^T = Q$

$$\text{Dengan } P^T = \begin{bmatrix} 2a - 4 & d + 2 & 4 \\ 3b & 2c & 4 - d \end{bmatrix} \text{ akibatnya kesamaan } P^T = Q \text{ dapat dituliskan}$$

$$\begin{bmatrix} 2a - 4 & d + 2 & 4 \\ 3b & 2c & 4 - d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b - 5 & 3a - c & 4 \\ 3 & 6 & e \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh kesamaan, bahwa :

$$3b = 3 \text{ maka } b = 1$$

$$2c = 6 \text{ maka } c = 3$$

$$2a - 4 = b - 5 \text{ maka } 2a = b - 1 = 1 - 1 = 0. \text{ Maka diperoleh } a = 0$$

$$d + 2 = 3a - c \text{ maka } d = 3(0) - 3 - 2 = 0 - 5 = -5. \text{ Maka } d = -5.$$

$$\text{Sehingga nilai } a + b + c + d = 0 + 1 + 3 + (-5) = -1$$

3. Jawaban. D

Pembahasan:

Karena matriks  $A = B$  maka berlaku bahwa  $2 + p = 2q$ , maka  $q = 3$

Lakukan substitusi  $q = 3$  maka diperoleh  $2 + p = 6$  sehingga diperoleh  $p = 4$

4. Jawaban. D

Pembahasan:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} b & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b & 2a \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 4 \end{bmatrix},$$



Maka diperoleh bahwa:

$$a + 2b = 4 \quad \text{persamaan (1)}$$

$$2a + b = 5 \quad \text{persamaan (2)}$$

Dengan menggunakan eliminasi bahwa  $b = 1$  dan  $a = 2$ .

$$\text{Sehingga nilai } a^2 - b^2 = 4 - 1 = 3$$

5. Jawaban. D

Pembahasan:

$$A = 2B^T$$

$$\begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 2c - 3b & 2a + 1 \\ a & b + 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 1 & b + 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4c - 6b & 2a \\ 4a + 2 & 2b + 14 \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh dari baris 1 kolom 2 bahwa  $4 = 2a$  atau  $a = 2$

Dari baris 2 kolom 1 maka diperoleh bahwa  $2b = 4a + 2$  atau  $b = 5$

Sedangkan dari baris 2 kolom 2 diperoleh  $3c = 2(5) + 14$  atau  $c = 8$ .

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor}}{\text{Jumlah skor maksimum}} \times 100\%$$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

70% – 79% = cukup

< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

## F. Penilaian Diri

Berilah tanda V pada kolom “Ya” jika kalian mampu dan “Tidak” jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

No	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1	Apakah kalian sudah menuliskan permasalahan nyata dalam bentuk matriks?		
2	Apakah kalian telah mampu memahami konsep tentang matriks?		
3	Apakah kalian sudah mampu menentukan Transpose Matriks?		
4	Apakah kalian sudah mampu menentukan Kesamaan dua matriks?		



No	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
5	Apakah kalian sudah mampu mampu menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan Matriks?		
6	Apakah dalam mengerjakan soal-soal kalian bekerja secara mandiri dan jujur tanpa melihat dulu kunci jawaban dan pembahasan atau bertanya kepada orang lain?		



## KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

### OPERASI PADA MATRIKS

#### A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini kalian diharapkan mampu:

1. Menentukan operasi penjumlahan dan pengurangan dua matrik atau lebih, dan perkalian suatu bilangan real dengan matriks;
2. Menyelesaikan perkalian dua matriks
3. Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan matriks.

#### B. Uraian Materi

##### 1. Operasi pada Matriks

###### a. Penjumlahan Matriks

Toko kue berkonsep waralaba ingin mengembangkan usaha di dua kota yang berbeda. Manajer produksi ingin mendapatkan data biaya yang akan diperlukan. Biaya untuk masing-masing kue seperti pada tabel berikut.

**Tabel Biaya Toko di Kota A (dalam Rupiah)**

	<i>Brownies</i>	<i>Bika Ambon</i>
Bahan kue	1.000.000	1.200.000
Juru masak/ <i>Chef</i>	2.000.000	3.000.000

**Tabel Biaya Toko di Kota B (dalam Rp)**

	<i>Brownies</i>	<i>Bika Ambon</i>
Bahan kue	1.500.000	1.700.000
Juru masak/ <i>Chef</i>	3.000.000	3.500.000

Berapa total biaya yang diperlukan oleh kedua toko kue?

Alternative penyelesaian

Jika kita misalkan matriks biaya di Kota A, sebagai matriks  $A$  dan matriks biaya di Kota B sebagai matriks  $B$ , maka matriks biaya kedua toko disajikan sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 1.000.000 & 1.200.000 \\ 2.000.000 & 3.000.000 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1.500.000 & 1.700.000 \\ 3.000.000 & 3.500.000 \end{bmatrix}$$

Total biaya yang dikeluarkan oleh kedua Toko tersebut dapat diperoleh sebagai berikut:

- a. Total biaya bahan untuk brownies =  $1.000.000 + 1.500.000 = 2.700.000$
- b. Total biaya bahan untuk bika Ambon =  $1.200.000 + 1.700.000 = 2.900.000$
- c. Total biaya chef untuk brownies =  $2.000.000 + 3.000.000 = 5.000.000$
- d. Total biaya chef untuk bika Ambon =  $3.000.000 + 3.500.000 = 6.500.000$



Keempat total biaya tersebut dinyatakan dalam matriks adalah sebagai berikut :  
Total Biaya Untuk Kedua Toko (dalam Rupiah)

	<b>Brownies</b>	<b>Bika Ambon</b>
Bahan	2.500.000	2.900.000
Chef	5.000.000	6.500.000

Total biaya pada tabel di atas dapat ditentukan dengan menjumlahkan matriks  $A$  dan  $B$

$$\begin{aligned}
 A + B &= \begin{bmatrix} 1.000.000 & 1.200.000 \\ 2.000.000 & 3.000.000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.500.000 & 1.700.000 \\ 3.000.000 & 3.500.000 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1.000.000 + 1.500.000 & 1.200.000 + 1.700.000 \\ 2.000.000 + 3.000.000 & 3.000.000 + 3.500.000 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 2.500.000 & 2.900.000 \\ 5.000.000 & 6.500.000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Penjumlahan kedua matriks biaya di atas dapat dioperasikan diakibatkan kedua matriks biaya memiliki ordo yang sama, yaitu  $2 \times 2$ . Seandainya ordo kedua matriks biaya tersebut berbeda, kita tidak dapat melakukan operasi penjumlahan terhadap kedua matriks.

Apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, penjumlahan dua matriks itu adalah **penjumlahan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu.

Contoh :

Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

maka  $A + B = \begin{bmatrix} 2+5 & 3+(-1) \\ 6+4 & 0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$

### b. Pengurangan Matriks

Pengurangan dua matriks secara prinsip sama dengan penjumlahan antara dua matriks, apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, pengurangan dua matriks itu adalah **pengurangan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu. Atau penjumlahan dua matriks dengan lawannya.

Contoh :

Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

maka  $A - B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-5 & 3-(-1) \\ 6-4 & 0-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

atau  $A - B = A + (-B) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-5 & 3+1 \\ 6-4 & 0-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

### c. Perkalian Skalar Matriks

Perkalian bilangan real (skalar)  $k$  dengan matriks  $A$  ditulis  $kA$  adalah sebuah matriks baru yang didapat dengan mengalikan setiap elemen matriks  $A$  dengan  $k$

Jika  $A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$



$$\text{maka } kA_{m \times n} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} & \dots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} & \dots & ka_{2n} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} & \dots & ka_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & ka_{m3} & \dots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

**Jika matriks A dan B berordo sama, dan  $k, m \in \mathbb{R}$  (bilangan Real), maka berlaku sifat-sifat:**

1.  $kA = Ak$
2.  $(k + m)A = kA + mA$
3.  $k(A + B) = kA + kB$
4.  $k(mA) = (km)A$

Contoh :

1. Jika  $P = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  tentukanlah:
  - a.  $2P$
  - b.  $-4P$

Jawaban:

$$\begin{aligned} \text{a. } 2P &= 2 \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(5) & 2(-1) \\ 2(4) & 2(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \\ \text{b. } -4P &= -4 \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4(5) & -4(-1) \\ -4(4) & -4(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 & 4 \\ -16 & -8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2. Diketahui  $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$  tentukanlah:
  - a.  $3A$
  - b.  $4A + B$

Jawaban:

$$\begin{aligned} \text{a. } 3A &= 3 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(4) & 3(0) \\ 3(1) & 3(-5) \\ 3(-2) & 3(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 3 & -15 \\ -6 & 9 \end{bmatrix} \\ \text{b. } 4A + B &= 4 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(4) & 4(0) \\ 4(1) & 4(-5) \\ 4(-2) & 4(3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 4 & -20 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -6 \\ 7 & -12 \\ -6 & 19 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

#### d. Perkalian Dua Matriks

Perhatikan ilustrasi masalah sebagai berikut:

Suatu perusahaan yang bergerak pada bidang jasa akan membuka tiga cabang besar dipulau Sumatera, yaitu cabang pertama di kota Palembang, cabang kedua di kota Padang, dan cabang ketiga di kota Pekanbaru.

Untuk itu, diperlukan beberapa peralatan untuk membantu kelancaran usaha jasa tersebut, yaitu *handphone*, komputer, dan sepeda motor. Di sisi lain, pihak perusahaan mempertimbangkan harga per satuan peralatan tersebut.



Rincian data tersebut disajikan dapat disajikan sebagai berikut:

	<b>Handphone (unit)</b>	<b>Komputer (unit)</b>	<b>Sepeda Motor (unit)</b>
Cabang 1	7	8	3
Cabang 2	5	6	2
Cabang 3	4	5	2

Perusahaan ingin mengetahui total biaya pengadaan peralatan tersebut di setiap cabang.  
Jawaban:

Kita akan menyelesaikan masalah tersebut dengan menggunakan konsep matriks.

Harga Handphone (juta)	2
Harga Komputer (juta)	5
Harga Sepeda Motor (juta)	15

Kita misalkan matriks  $A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 3 \\ 5 & 6 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$  yang merepresentasikan jumlah unit setiap perusahaan yang dibutuhkan di setiap cabang, dan matriks  $B_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 15 \end{bmatrix}$  yang merepresentasikan harga per unit setiap peralatan.

Untuk menentukan total biaya pengadaan peralatan tersebut di setiap cabang, kita peroleh sebagai berikut.

a. Cabang pertama

$$\begin{aligned} \text{Total biaya} &= (7 \text{ unit handphone} \times 2 \text{ juta}) + (8 \text{ unit komputer} \times 5 \text{ juta}) + (3 \text{ unit} \\ &\quad \text{sepeda motor} \times 15 \text{ juta}). \\ &= \text{Rp } 99.000.000,00 \end{aligned}$$

b. Cabang kedua

$$\begin{aligned} \text{Total biaya} &= (5 \text{ unit handphone} \times 2 \text{ juta}) + (6 \text{ unit komputer} \times 5 \text{ juta}) + (2 \text{ unit} \\ &\quad \text{sepeda motor} \times 15 \text{ juta}) \\ &= \text{Rp } 70.000.000,00 \end{aligned}$$

c. Cabang ketiga

$$\begin{aligned} \text{Total biaya} &= (4 \text{ unit handphone} \times 2 \text{ juta}) + (5 \text{ unit komputer} \times 5 \text{ juta}) + (2 \text{ unit} \\ &\quad \text{sepeda motor} \times 15 \text{ juta}) \\ &= \text{Rp } 63.000.000,00 \end{aligned}$$

Jadi total biaya pengadaan peralatan di setiap unit dinyatakan dalam matriks berikut.

$$C_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} \text{Rp } 99.000.000,00 \\ \text{Rp } 70.000.000,00 \\ \text{Rp } 63.000.000,00 \end{bmatrix}$$



Jadi, dapat disimpulkan operasi perkalian terhadap dua matriks dapat dilakukan jika banyak baris pada matriks A sama dengan banyak kolom pada matriks B. Banyak perkalian akan berhenti jika setiap elemen baris ke- $n$  pada matriks A sudah dikalikan dengan setiap elemen kolom ke- $n$  pada matriks B.

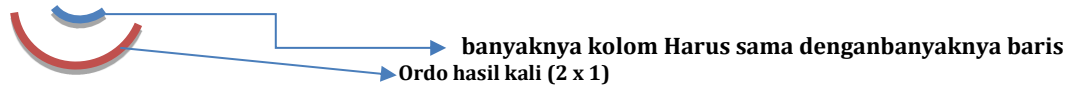
Sehingga jika kita misalkan Matriks  $A_{m \times n}$  dan Matriks  $B_{n \times p}$ , matriks A dapat dikalikan dengan matriks B jika **banyaknya kolom pada matriks A sama dengan banyaknya baris pada matriks B**.

Hasil perkalian dua matriks  $A \times B$  adalah sebuah matriks baru yang elemen-elemennya diperoleh dari penjumlahan hasil perkalian antara elemen baris pada matriks A dengan elemen kolom pada matriks B.

Jika  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$

Maka secara umum berlaku

$A_{2 \times 2} \times B_{2 \times 1} = C_{2 \times 1} \rightarrow$  matriks hasil kali



Sehingga

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bf \\ ce + df \end{bmatrix}$$

Contoh 1:

Diketahui  $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  tentukanlah  $AB$ !

Penyelesaian:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(2) + 5(1) & 4(3) + 5(0) & 4(4) + 5(2) \\ 2(2) + 1(1) & 2(3) + 1(0) & 2(4) + 1(2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 + 5 & 12 + 0 & 16 + 10 \\ 4 + 1 & 6 + 0 & 8 + 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 12 & 26 \\ 5 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

## C. Rangkuman

### 1. Penjumlahan matriks

Jika  $A + B = C$ , maka elemen-elemen C diperoleh dari penjumlahan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$  untuk elemen C pada baris ke- $i$  dan kolom ke- $j$ . Penjumlahan sebarang matriks dengan matriks identitas penjumlahan hasilnya matriks itu sendiri. Matriks identitas penjumlahan adalah matriks nol.

### 2. Pengurangan matriks.

Jika  $A - B = C$ , maka elemen-elemen C diperoleh dari pengurangan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu  $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$  atau pengurangan dua matriks dapat dipandang sebagai penjumlahan matriks lawannya, yaitu  $A + (-B)$



### 3. Perkalian suatu Bilangan real dengan Matriks.

Hasil kali sebuah matriks dengan suatu skalar atau suatu bilangan real  $k$  akan menghasilkan sebuah matriks baru yang berordo sama dan memiliki elemen-elemen  $k$  kali elemen-elemen matriks semula.

Misalkan  $A$  adalah suatu Matriks berordo  $m \times n$  dengan elemen-elemen  $a_{ij}$  dan  $k$  adalah suatu bilangan Real. Matriks  $C$  adalah hasil perkalian bilangan real  $K$  terhadap matriks  $A$ , dan di notasikan:  $C = k \cdot A$ , bila matriks  $C$  berordo  $m \times n$  dengan elemen-elemennya ditentukan oleh :  $C_{ij} = k \cdot a_{ij}$  untuk semua  $i$  dan  $j$

### 4. Perkalian dua Matriks

Secara sistematis, kita dapat menyatakan perkalian dua matriks sebagai berikut:

Misalkan matriks  $A_{n \times m}$  dan matriks  $B_{m \times p}$ , matriks  $A$  dapat dikalikan dengan matriks  $B$  jika banyak matriks  $A$  sama dengan matriks  $B$  berordo  $p \times n$  adalah suatu matriks berordo  $m \times p$ . Prosesnya sbb :

$$A_{i \times j} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix} \text{ dan } B_{n \times p} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{np} \end{bmatrix}$$

Hasil kali dua buah matriks menghasilkan sebuah matriks baru, yang elemen-elemen nya merupakan hasil kali elemen baris matriks  $A$  dan elemen kolom matriks  $B$ . Misal jika  $A_{p \times q}$

dan  $B_{q \times r}$  adalah dua matriks, maka berlaku  $A_{p \times q} \times B_{q \times r} = C_{p \times r}$ .

Dua buah matriks hanya dapat dikalikan apabila banyaknya kolom matriks yang dikali sama dengan banyaknya baris matriks pengalinya.

Hasil perkalian matriks  $A$  dengan matriks identitas perkalian, hasilnya adalah matriks  $A$ .

## D. Penugasan Mandiri

Buatlah 4 buah matriks yang mempunyai ordo  $2 \times 2$  (2 matriks),  $2 \times 3$  dan  $3 \times 1$ , kemudian kerjakanlah hasil dari :

1. Dua penjumlahan matriks
2. Dua pengurangan matriks
3. Perkalian matriks yang berordo  $2 \times 3$  dengan skalarnya ( $k$ ) = 2 dan matriks yang berordo  $3 \times 1$  dengan skalarnya ( $k$ ) = -2
4. Perkalian dua matriks mana saja yang dapat dilakukan, sesuai dengan syarat perkalian dua buah matriks?

## E. Latihan Soal

### I. Latihan Soal Essay

Jawablah soal-soal di bawah ini dengan benar!

1. Diberikan matriks sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 4 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

Tentukan :

- |            |                 |                  |
|------------|-----------------|------------------|
| a. $A + B$ | c. $5A$         | e. $3A+B$        |
| b. $A - B$ | d. $A \times B$ | f. $A \times 2B$ |



## 2. Hasil penjumlahan matriks

Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} p+2 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} p & 6 \\ 6 & q+3 \end{bmatrix}$

Jika  $3A = B$  maka tentukan nilai  $p$  dan  $q$ !

**II. Latihan Soal Pilihan Ganda**

Pilihlah salah satu jawaban yang paling benar

- Jika  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  maka  $A + B = \dots$ 
  - $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -9 & 1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$
- Jika  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  maka  $A - B = \dots$ 
  - $\begin{bmatrix} 5 & -12 \\ -9 & 1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 9 & 11 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -11 & 6 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 15 & -2 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$
- Jika  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  maka  $5A = \dots$ 
  - $\begin{bmatrix} -15 & -20 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -15 & -2 \\ 19 & 1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -15 & -12 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -15 & 10 \\ 20 & -5 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -15 & -12 \\ 10 & -10 \end{bmatrix}$
- Jika  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  maka  $A \times B = \dots$ 
  - $\begin{bmatrix} -14 & 16 \\ 27 & -18 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 15 & -12 \\ 29 & 18 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -14 & -16 \\ 27 & -18 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 15 & -21 \\ 19 & 18 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 15 & -22 \\ 19 & 18 \end{bmatrix}$
- Jika  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  maka  $3A + B = \dots$ 
  - $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 19 & -1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 17 & -1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 17 & -1 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 15 & -2 \\ 17 & -1 \end{bmatrix}$
- Jika  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  maka  $A \times 2B = \dots$ 
  - $\begin{bmatrix} 54 & -12 \\ 49 & 16 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 54 & -21 \\ 19 & 11 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} -28 & 16 \\ 54 & -36 \end{bmatrix}$
  - $\begin{bmatrix} 54 & 16 \\ 19 & 36 \end{bmatrix}$



E.  $\begin{bmatrix} 54 & 16 \\ -19 & 36 \end{bmatrix}$

7. Jika  $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & a \\ 2a + b & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 7 & -6 \end{bmatrix}$  maka nilai a = ...

- A. -11
- B. -12
- C. -13
- D. -5
- E. -4

8. Jika  $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & a \\ 2a + b & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 20 \end{bmatrix}$ , maka b = ....

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

9. Jika untuk matriks  $P = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  dan  $Q = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  berlaku  $PQ = QP$ , maka a = ...

- A. 12
- B. 9
- C. 4
- D. -3
- E. -12

10. Diketahui  $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & b + 1 \end{bmatrix}$  dan  $C = \begin{bmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{bmatrix}$  Jika  $A B^T - C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

Dengan  $B^T$  adalah transpose dari matriks B, maka nilai a dan b masing-masing adalah...

- A. -1 dan 2
- B. 1 dan -2
- C. -1 dan -2
- D. 2 dan -1
- E. -2 dan 1



**Kunci Jawaban , Pembahasan dan Pedoman Penskoran**

No.	Kunci Jawaban dan Pembahasan	Skor
1a.	$A + B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -3 + 8 & 2 + (-4) \\ 4 + 5 & -1 + 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$	2
1b.	$A - B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -3 - 8 & 2 - (-4) \\ 4 - 5 & -1 - 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -11 & 6 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$	2
1c.	$5A = 5 \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 5(-3) & 5(2) \\ 5(4) & 5(-1) \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -15 & 10 \\ 20 & -5 \end{bmatrix}$	2
1d.	$A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -3(8) + 2(5) & -3(-4) + 2(2) \\ 4(8) + (-1)(5) & 4(-4) + (-1)(2) \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -24 + 10 & 12 + 4 \\ 32 - 5 & -16 + (-2) \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -14 & 16 \\ 27 & -18 \end{bmatrix}$	4
1e.	$3A + B = 3 \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -9 & 6 \\ 12 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -9 + 8 & 6 + (-4) \\ 12 + 5 & -3 + 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 17 & -1 \end{bmatrix}$	3
1f.	$A \times 2B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \times 2 \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 16 & -8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -3(16) + 2(10) & -3(-8) + 2(-4) \\ 4(16) + (-1)(10) & 4(-8) + (-1)(-4) \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -48 + 20 & 24 - 8 \\ 64 - 10 & -32 - 4 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} -28 & 16 \\ 54 & -36 \end{bmatrix}$	3
2.	$A = \begin{bmatrix} p + 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} p & 6 \\ 6 & q + 3 \end{bmatrix}$ <p>jika <math>3A = B</math></p>	



No.	Kunci Jawaban dan Pembahasan	Skor
	<p>maka :</p> $3 \begin{bmatrix} p+2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & 6 \\ 6 & q+3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3p+6 & 6 \\ 6 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & 6 \\ 6 & q+3 \end{bmatrix}$ <p>Sehingga <math>3p+6 = p</math>      <math>15 = q+3</math>  <math>3p-p = -6</math>      <math>15-3 = q</math>  <math>2p = -6</math>      <math>12 = q</math>  <math>p = -3</math></p>	4
	<b>Jumlah Skor Maksimum</b>	<b>20</b>

**Kunci Jawaban dan Pembahasan Soal Pilihan Ganda**

1. B

$$A + B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3+8 & 2+(-4) \\ 4+5 & -1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$$

2. C

$$A - B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3-8 & 2-(-4) \\ 4-5 & -1-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 6 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$$

3. D

$$5A = 5 \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5(-3) & 5(2) \\ 5(4) & 5(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 10 \\ 20 & -5 \end{bmatrix}$$

4. A

$$A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(8) + 2(5) & -3(-4) + 2(2) \\ 4(8) + (-1)(5) & 4(-4) + (-1)(2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -24 + 10 & 12 + 4 \\ 32 - 5 & -16 + (-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14 & 16 \\ 27 & -18 \end{bmatrix}$$

5. D

$$3A + B = 3 \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 6 \\ 12 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -9+8 & 6+(-4) \\ 12+5 & -3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 17 & -1 \end{bmatrix}$$

6. C

$$A \times 2B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \times 2 \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 16 & -8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3(16) + 2(10) & -3(-8) + 2(-4) \\ 4(16) + (-1)(10) & 4(-8) + (-1)(-4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -48 + 20 & 24 - 8 \\ 64 - 10 & -32 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -28 & 16 \\ 54 & -36 \end{bmatrix}$$

7. E.

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & a \\ 2a+b & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 7 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-(-1) & 1-a \\ 3-(2a+b) & 1-7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 7 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 1-a \\ 3-(2a+b) & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 7 & -6 \end{bmatrix}$$

Sehingga  $1 - a = 5$ 

$$-a = 5-1 \rightarrow -a = 4 \rightarrow a = -4$$

8. D

Dari pembahasan no 7

$$3 - (2a+b) = 7 \text{ karena nilai } a = 7$$



$$\begin{aligned}
&\text{maka } 3 - (2(-4)+b) = 7 \\
&3 - (-8 + b) = 7 \\
&3 + 8 - b = 7 \\
&11 - b = 7 \\
&- b = 7 - 11 \\
&- b = -4 \rightarrow b = 4
\end{aligned}$$

9. E

$$\begin{aligned}
PQ = QP &\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & a \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & a \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 2(5) + a(0) & 2(6) + a(4) \\ 0(5) + 4(0) & 0(6) + 4(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5(2) + 6(0) & 5(a) + 6(4) \\ 0(2) + 4(0) & 0(a) + 4(4) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 10 + 0 & 12 + 4a \\ 0 + 0 & 0 + 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 + 0 & 5a + 24 \\ 0 + 0 & 0 + 16 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 10 & 12 + 4a \\ 0 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 5a + 24 \\ 0 & 16 \end{bmatrix} \text{ sehingga}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
12 + 4a &= 5a + 24 \\
4a - 5a &= 24 - 12 \rightarrow -a = 12 \rightarrow a = -12
\end{aligned}$$

10. A

$$\begin{aligned}
AB^T - C &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & b+1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & b+1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} a(4) + 2(1) & a(2) + 2(b+1) \\ 1(4) + b(1) & 1(2) + b(b+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} 4a + 2 & 2a + 2b + 2 \\ 4 + b & 2 + b^2 + b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} 4a + 2 - (-2) & 2a + 2b + 2 - (b) \\ 4 + b - (-a) & 2 + b^2 + b - (b^2) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} 4a + 4 & 2a + b + 2 \\ 4 + b + a & 2 + b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \\
&\text{sehingga:} \\
4a + 4 &= 0 \quad b + 2 = 4 \\
4a &= -4 \quad b = 4 - 2 \\
a &= -1 \quad b = 2 \\
&\text{Jadi Nilai } a \text{ dan } b \text{ masing-masing adalah } -1 \text{ dan } 2
\end{aligned}$$

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor}}{\text{Jumlah skor maksimum}} \times 100\%$$

### Kriteria



90% – 100% = baik sekali  
 80% – 89% = baik  
 70% – 79% = cukup  
 < 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

## F. Penilaian Diri

Berilah tanda V pada kolom “Ya” jika kalian mampu dan “Tidak” jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

No	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1	Apakah kalian sudah dapat menentukan operasi penjumlahan dua matriks?		
2	Apakah kalian sudah dapat menentukan operasi pengurangan dua matriks?		
3	Apakah kalian sudah dapat menentukan operasi perkalian skalar dengan matriks?		
4	Apakah kalian sudah dapat menentukan operasi perkalian dua matriks?		
5	Apakah kalian sudah mampu menyelesaikan operasi kombinasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dari persamaan matriks?		
6	Apakah kalian sudah mampu menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan Matriks?		
7	Apakah dalam mengerjakan soal-soal kalian bekerja secara mandiri dan jujur tanpa melihat dulu kunci jawaban dan pembahasan atau bertanya kepada orang lain?		



## EVALUASI

Pilihlah salah satu jawaban yang benar.

1. Dua buah matriks A dan B masing-masing berturut-turut sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Maka  $A + B = \dots$

- A.  $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$
- B.  $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 11 & 13 \end{bmatrix}$
- C.  $\begin{bmatrix} 17 & 9 \\ 11 & 23 \end{bmatrix}$
- D.  $\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ 13 & 11 \end{bmatrix}$
- E.  $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 13 & 11 \end{bmatrix}$

2. Nilai x yang memenuhi persamaan  $\begin{bmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 8 \\ -11 & -6 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  adalah ....

- A. 0
- B. 10
- C. 13
- D. 14
- E. 25

3. Diberikan  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2a+b \\ a & 7 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & a \end{bmatrix}$  dan  $(AB)^T = \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 7 & 20 \end{bmatrix}$ , maka  $a + b = \dots$

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2
- E. 1

4. Jika matriks  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  dan matriks  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  maka nilai  $(A + B)(A - B) - (A - B)(A + B) = \dots$

- A.  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- B.  $8 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- C.  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- D.  $16 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- E.  $4 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$



5. Jika Diketahui sebuah Matrik memiliki persamaan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} a & 4 \\ -1 & c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & b \\ d & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka tentukan nilai dari  $a + b + c + d = \dots$

- A. - 7  
B. - 5  
C. - 1  
D. 3  
E. 7
6. Jika diketahui persamaan matriks  
 $\begin{bmatrix} 2x+3 & 8 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & y+4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 15 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$  maka nilai  $x + y = \dots$   
 A. 4  
B. 5  
C. 7  
D. 9  
E. 13

7. Jika diketahui persamaan matrik a, b, dan c sebagai berkiut :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x & -1 \\ y & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{bmatrix}$$

Bila  $A^t$  ialah Transpose dari matriks A dan  $A^t \times B = C$ , maka tentukan nilai dari  $2x + y = \dots$

- A. -4  
B. -1  
C. 1  
D. 5  
E. 7
8. Diketahui matrik A, B, dan C sebagai berikut:  
 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x+2 & 2 \\ 3 & y \end{bmatrix}$  dan  $C = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$   
 Jika  $B - A = C^t$  dan  $C^t$  merupakan transpose dari matriks C, maka nilai  $xy = \dots$   
 A. 10  
B. 15  
C. 20  
D. 25  
E. 30

9. Diketahui  $A = \begin{bmatrix} 4a & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3b \\ 5 & 3c & 9 \end{bmatrix}$  dan  $A = \begin{bmatrix} 12 & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3a \\ 5 & b & 9 \end{bmatrix}$

Jika  $A = B$ , maka nilai  $a + b + c = \dots$

- A. - 7  
B. - 5  
C. - 1  
D. 5  
E. 7

10. Diketahui persamaan matriks sebagai berikut : jika :

$$\begin{bmatrix} 2y & 2x \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x+4 & -10 \\ -8 & z \end{bmatrix}$$



Maka nilai  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  berturut-turut adalah :

A. 2, 1, 1

C. 1, 1, 2

E. 1, 2, 1

B. 3, 1, 1

D. 1, 1, 3

11. Jika matriks  $A = \begin{bmatrix} 2x & -2 \\ x & 3y+2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 9 & 3x \\ 8 & -4 \end{bmatrix}$  dan  $C = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$ . Jika memenuhi  $A + B = C^t$  dengan  $C^t$  adalah transpose dari matriks  $C$ , maka nilai  $2x + 3y = \dots$

A. 3

C. 5

E. 7

B. 4

D. 6

12. Matriks  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  mempunyai hubungan dengan matriks  $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ . Jika matriks  $C = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  mempunyai hubungan dengan matriks  $D$  serupa dengan matriks  $A$  dan  $B$ , maka matriks  $C + D = \dots$

A.  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

D.  $\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$

B.  $\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$

E.  $\begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

C.  $\begin{bmatrix} 0 & -7 \\ -7 & 0 \end{bmatrix}$

13. Diketahui matriks  $P = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ ,  $Q = \begin{bmatrix} x-y & 2 \\ 4 & x \end{bmatrix}$  dan  $R = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ . Jika  $P + Q = R^t$ , dengan  $R^t$  adalah transpose dari matriks  $R$ , maka nilai  $x + y = \dots$

A. -13

C. -9

E. 11

B. -11

D. 9

14. Jika matriks  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2+p \\ q & 5 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 4 & 2q \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  dan  $A = B$ , maka nilai  $p = \dots$

A. 1

C. 3

E. 5

B. 2

D. 4

15. Matriks  $A = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ , maka matriks  $A - B = \dots$

A.  $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

B.  $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$

C.  $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$

D.  $\begin{bmatrix} -5 & -5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$

E.  $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$



## KUNCI JAWABAN EVALUASI

1. B
2. D
3. C
4. A
5. D
6. A
7. C
8. C
9. E
10. A
11. C
12. D
13. B
14. D
15. B



## DAFTAR PUSTAKA

<https://www.wardayacollege.com/matematika/matriks/operasi-pada-matriks/operasi-matriks/>, 2020

<https://tanya-tanya.com/rangkuman-contoh-soal-pembahasan-matriks/>, 2020

Kemendikbud RI.\_\_\_\_\_. *Buku Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Kurikulum 2013*

Kemendikbud RI.\_\_\_\_\_. *Buku Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Kurikulum 2013 Edisi Revisi 2015*

Kemendikbud RI.\_\_\_\_\_. *Buku Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Kurikulum 2013 Edisi Revisi 2017*